Klasse B12T5
2. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 17.02.2011

Analysis

1.0 Gegeben sind die Funktionen $f_k: x \mapsto \dfrac{-x^2+2kx-9}{x-2}$; $k \in \mathbb{R}$ mit Definitionsmenge $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

1.1 Ermitteln Sie Anzahl und Lage der Nullstellen von f_k in Abhängigkeit vom Parameterwert k. [9]

1.2.0 Ab nun sei **k = 3** mit $f_3(x) := f(x)$. Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

1.2.1 Bestimmen Sie die Gleichungen sämtlicher Asymptoten von G_f. [4]

1.2.2 Für die erste Ableitungsfunktion gilt: $f'(x) = \dfrac{-x^2+4x-3}{(x-2)^2}$. (Nachweis nicht erforderlich !)
Untersuchen Sie das Verhalten von $f'(x)$ für $x \to \infty$ und geben Sie die geometrische Bedeutung dieses Grenzwertes an. [3]

1.2.3 Ermitteln Sie mit Hilfe von $f'(x)$ und $f''(x)$ Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte von G_f. [6]

1.2.4 Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse die Graphen der Asymptoten sowie den Graphen G_f für $-4 \le x \le 8$ in ein Koordinatensystem. (Gesondertes Blatt; 1LE = 1cm) [5]

Analytische Geometrie

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ ist der Punkt P(6; 7; –2) sowie die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ und } h_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2a \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ mit } a, \lambda, \mu \in \mathbb{R} \text{ gegeben.}$$

2.1 Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Geraden g und h_a in Abhängigkeit vom Parameter a. [6]

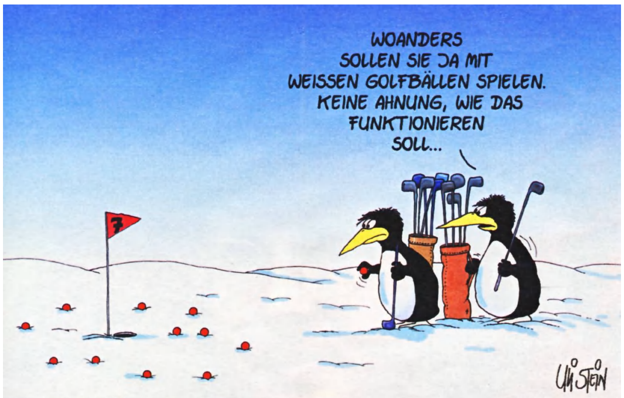
2.2 Bestimmen Sie eine Gleichung der von den Geraden g und h_{-1} (für a = –1) aufgespannten Ebene E in Koordinatenform. (mögl. Ergebnis: E: $x_1 + x_3 + 2 = 0$) [3]

2.3 Vom Punkt P(6; 7; –2) wird das Lot l auf die Gerade g gefällt. Berechnen Sie die Koordinaten des Lotfußpunktes L, sowie den Abstand d des Punktes P von der Geraden g. (Zwerg.: L(3; 7; –5)) [6]

2.4 Begründen Sie, warum der in Aufgabe 2.3 berechnete Abstand d auch der Abstand des Punktes P von der Ebene E ist. [2]

2.5 Der Punkt P(6; 7; –2) sowie der Aufpunkt A(0; 10; –2) der Geraden g legen die Strecke [AP] = s fest. Ermitteln Sie eine Gleichung der Strecke s und berechnen Sie den Winkel, unter dem die Strecke s die Ebene E schneidet. [5]

2.6 Die Gerade g ist die Winkelhalbierende der Strecke s (siehe 2.5) und einer weiteren Strecke s*. Ermitteln Sie eine Gleichung der Strecke s*. [4]



NP

Klasse B12T5
2. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 17.02.2011 Name: ....

1.1	1.2.1	1.2.2	1.2.3	1.2.4		2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	Σ